



Separação sólido-líquido- I

- *Bases teóricas*
- *Sedimentação discreta*

Bibliografia:

- Svarovsky, L. 2000. *Solid liquid separation*, 4th edition. Buterworth Heinemann, Oxford;

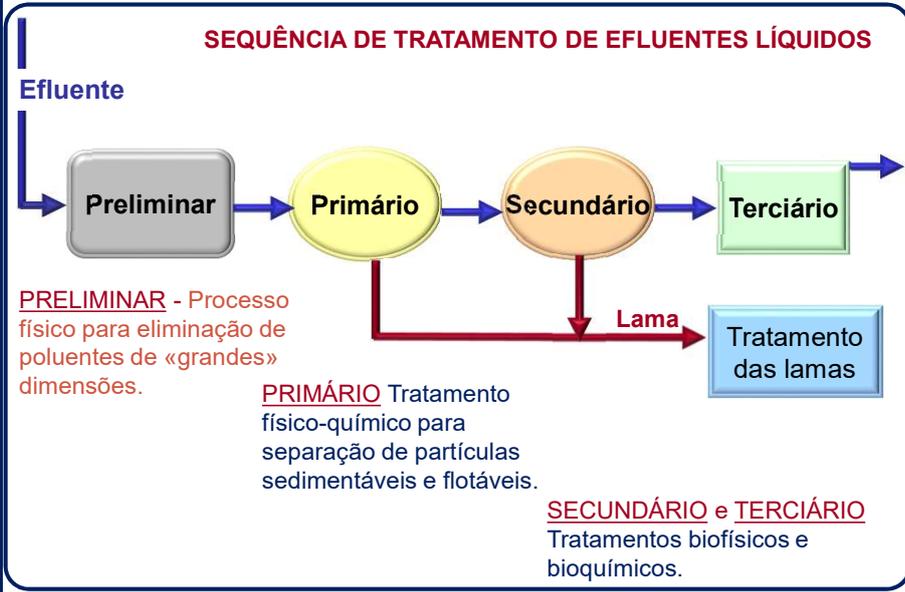
1. Introdução

2. Movimento de partículas em fluidos em repouso

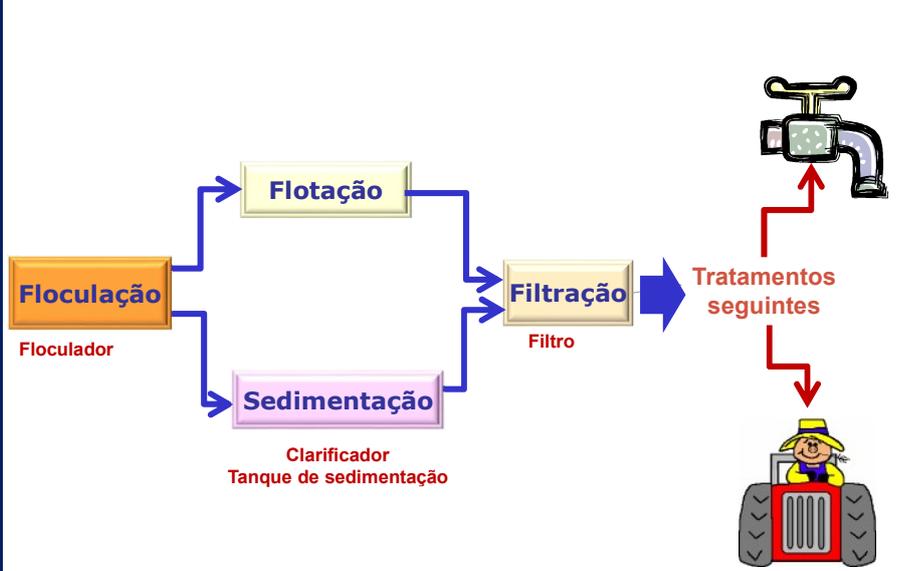
- ❑ Considerações gerais
- ❑ Sedimentação por gravidade em fluidos com baixas concentrações (partículas esféricas e não esféricas)

3. Aplicação prática da teoria da separação sólido líquido – os tanques de sedimentação

□ Introdução: enquadramento do estudo



Pré tratamento e Tratamento Primário: Separação sólido-líquido



□ Definição e objectivos da sedimentação de partículas em Eng.ª Ambiente

A **sedimentação** é o processo de separação sólido-líquido através do qual a suspensão é separada em duas fases :

- Sobrenadante clarificado;
- Depósito concentrado (lama) que pode ser facilmente manuseado.

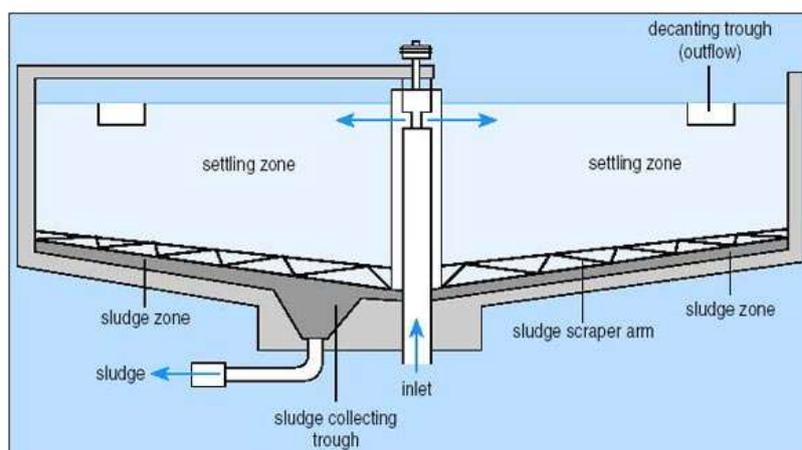
Objectivos da sedimentação:

- remover as partículas mais grosseiras em suspensão;
- remover agregados de partículas floculadas ou coaguladas;
- remover partículas precipitadas após um tratamento químico;
- sedimentar as lamas.

Princípio da sedimentação :

- Os sólidos em suspensão apresentam massa volúmica maior que a da água e portanto tendem a sedimentar por acção da força gravítica;

Equipamento utilizado para a realização do processo de separação: tanque de sedimentação



❑ *Tipo de sedimentação a estudar*

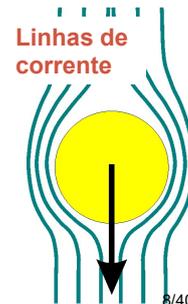
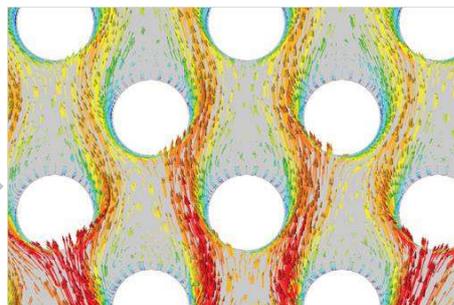
- **Sedimentação discreta (tipo I)**, em fluido pouco concentrado: as partículas sedimentam individualmente sem interagir com as partículas vizinhas;

❑ Considerações gerais sobre o movimento de partículas em fluidos em repouso

Quando uma partícula se move no interior de um fluido, este exerce sobre ela uma força que se opõe ao movimento, denominada de força de arrastamento viscoso, F_v

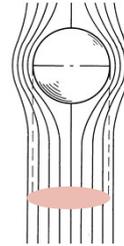
O conhecimento desta força é fundamental quando se pretende estudar o movimento de partículas dentro de fluidos, nomeadamente o fenómeno físico da sedimentação.

Resistência oposta por um líquido ao movimento de um sólido esférico



De acordo com a **Lei de Newton**, a forma convencional para se expressar a força de arrastamento viscoso, F_v (N) é:

$$F_v = C_v A_p \frac{\rho_w u_p^2}{2}$$



Onde:

u_p é a *velocidade* da partícula dentro do fluido ($m\ s^{-1}$);

A_p é a *área da partícula projectada* na direcção do movimento (m^2);

C_v é um *coeficiente de proporcionalidade* adimensional, coeficiente de arrastamento;

ρ_w é a *massa volúmica* do fluido ($kg\ m^{-3}$).

Nota Importante: F_v aumenta com o quadrado da velocidade (relembrar o que acontece no escoamento sob pressão)

A análise dimensional mostra que, de um modo geral, o coeficiente de arrastamento viscoso, C_v é função do número de Reynolds da partícula, Re_p

$$C_v = f(Re_p)$$

$$Re_p = \frac{u_p X_p \rho_w}{\mu} = \frac{u_p X_p}{\nu}$$

Sendo:

X_p a forma da partícula;

μ a viscosidade dinâmica ($N\ s\ m^{-2}$)

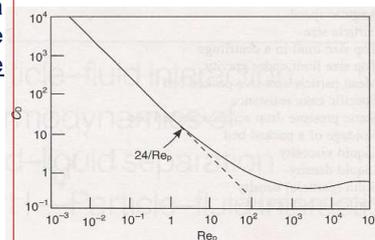
ν a viscosidade cinemática ($m^2\ s^{-1}$)

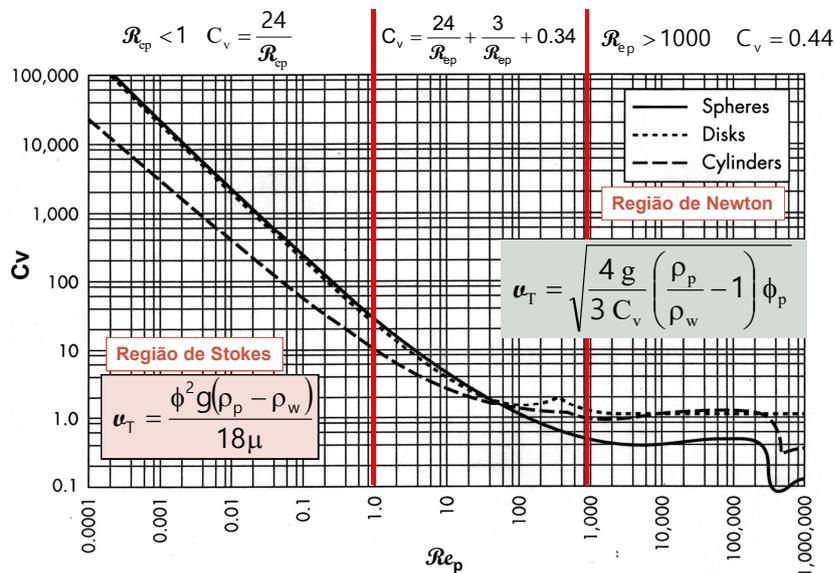
A forma da função depende do regime de escoamento (laminar ou turbulento)

Para baixos valores de Re_p , C_v e F_v podem ser determinados de forma teórica a partir das equações de **Navier-Stokes** e a sua solução é conhecida pela **Lei de Stokes**:

$$F_v = 3 \pi \mu u_p X$$

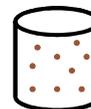
$$C_v = \frac{24}{Re_p} \quad (Re_p < 1)$$





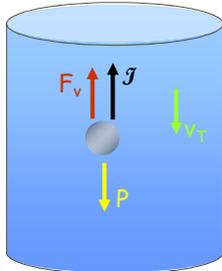
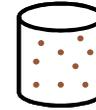
□ Sedimentação por gravidade em fluidos com baixas concentrações (sedimentação discreta)

- Caracterização do meio
 - Concentração de m.s. < 0.5 % volume;
 - A dimensão, a forma e a massa volúmica das partículas não se altera com o tempo;
 - Diâmetro das partículas > 5 μm .
- Exemplos de partículas com comportamento discreto:
 - Areia, saibro (mistura de partículas abrasivas)
- Aplicação:
 - Pré-sedimentação das águas residuais para remoção das areias antes da floculação ou coagulação



➤ Teoria da sedimentação discreta

As forças que actuam sobre uma *partícula individual movimentando-se por gravidade* num fluido em repouso são:



- ✓ Força da gravidade, \mathcal{P} ;
- ✓ Impulsão, \mathcal{J} e
- ✓ Força de arrastamento viscoso, \mathcal{F}_v .

Verifica-se que o movimento da partícula dentro do fluido divide-se em duas fases:

- (1) Movimento uniformemente acelerado até velocidade terminal e;
- (2) Movimento uniforme

Mostra-se que a velocidade terminal, para o caso de partículas muito pequenas, é atingida tão depressa, que em casos práticos de engenharia, a sedimentação é calculada a velocidade constante (v_T) e o período de aceleração é desprezado.

$$u_T = \frac{\phi_p^2 (\rho_s - \rho_w) g}{18 \mu}$$

Equação de Stokes (1945) para a velocidade terminal de partículas esféricas que caem *em regime laminar* ($\mathcal{R}_{ep} < 1$)

Condições de idealidade da equação de Stokes:

- Partículas de forma esférica (ou F_F);
- Ausência de interações entre as partículas => concentrações < 0.5% volume;
- Dimensões das partículas sólidas maiores que as dimensões das moléculas do meio envolvente;
- Diâmetro das partículas maiores de que 1-5 μm ;
- Ausência de distúrbios causados pelas correntes de convecção;

$$u_p = \sqrt{\frac{4g}{3C_v} \left(\frac{\rho_p}{\rho_w} - 1 \right) \phi_p} = u_T$$



Equação de Newton (1687) para a velocidade terminal de sedimentação

u_T é a **velocidade terminal da partícula** – velocidade máxima, atingida quando as forças que actuam sobre a partícula se equilibram.

Para partículas não esféricas, a equação é corrigida por aplicação de um **factor de forma F_F** . Este aspecto é mais importante quando estudarmos a sedimentação não de partículas individuais mas floculadas.

❖ **Como obter o coeficiente de arrastamento viscoso, C_v ?**

O valor de C_v depende do regime de escoamento em redor da partícula

$\mathcal{R}_{ep} < 1 \Rightarrow$ regime laminar (*região de Stokes*)

$\mathcal{R}_{ep} > 1000 \Rightarrow$ regime turbulento (*região de Newton*)

Embora a forma da partícula afecte o C_v , para partículas de formas aproximadamente esféricas ele é dado por:

$$C_v = \frac{24}{\mathcal{R}_{ep}} + \frac{3}{\mathcal{R}_{ep}^{1/2}} + 0.34$$

Sendo o \mathcal{R}_{ep} para partículas em sedimentação dado por:

$$\mathcal{R}_{ep} = \frac{V_p \phi_p \rho_w}{\mu} = \frac{V_p \phi_p}{\nu}$$

(A) Sedimentação no Regime laminar (região de Stokes) $Re_p < 1$:

Nesta região a acção da força associada à viscosidade predomina e portanto

Substituindo na equação geral (Newton) da u_t ← $C_v = \frac{24}{Re_p}$

Impondo $Re_p = 1$, obtemos o ϕ máximo de aplicação da Eq S

$u_T = \frac{g (\rho_p - \rho_w) \phi_p^2}{18 \mu}$

$$\phi_{max} = \left(\frac{3.6 \mu^2}{(\rho_p - \rho_w) \rho_w g} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Lei de Stokes

A força de arrastamento para *partículas esféricas em regime laminar* é dada por:

$$F_v = 3 \pi \mu u_p \phi_p$$

Sendo μ a viscosidade dinâmica do fluido ($N \cdot s \cdot m^{-2}$), ϕ_p o diâmetro da partícula (m), e u_p a sua velocidade ($m \cdot s^{-1}$)

(B) Sedimentação no Regime turbulento (região de Newton), $Re_p > 1000$:

Nesta região as forças de inércia apresentam preponderância em relação às de viscosidade, portanto:

$$C_v = \frac{24}{Re_p} + \frac{3}{Re_p^{1/2}} + 0.34$$

$$F_v = 0.055 \pi \mu u_p^2 \phi_p^2$$

minimização do termo

Considerando-se geralmente que $C_v \approx 0.44$

Substituindo na equação da velocidade, vem:

$$u_T = \sqrt{3.33 g \left(\frac{\rho_p}{\rho_w} - 1 \right) \phi_p}$$

(c) Sedimentação no Regime de transição $1 < Re_p < 500-1000$:

Na região entre $Re_p = 1$ e $500-1000$, denominada de região de transição, C_v é descrito por:

$$C_v = \frac{24}{Re_p} + \frac{3}{Re_p^{1/2}} + 0.34$$

$$u_T = \sqrt{\frac{4g}{3C_v} \left(\frac{\rho_p}{\rho_w} - 1 \right) \phi_p}$$

$$F_v = 3 \pi \mu u_p \phi_p (1 + 0.15 Re_p^{0.687})$$

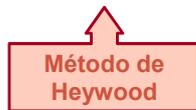
Resumo (partículas esféricas)

Rg	u_T	Fv	C_v
Laminar	$\frac{g(\rho_p - \rho_w)\phi_p^2}{18\mu}$	$F_v = 3\pi\mu u_p \phi_p$	$C_v = \frac{24}{Re_p}$
Transição	$\sqrt{\frac{4g}{3C_v} \left(\frac{\rho_p}{\rho_w} - 1 \right) \phi_p}$	$F_v = 3\pi\mu u_p \phi_p \cdot (1 + 0.15 Re_p^{0.687})$	$C_v = \frac{24}{Re_p} + \frac{3}{Re_p^{1/2}} + 0.34$
Turbulento	$\sqrt{3.33g \left(\frac{\rho_p}{\rho_w} - 1 \right) \phi_p}$	$F_v = 0.055 \pi \mu u_p^2 \phi_p^2$	$C_v \approx 0.44$

- Determinação de velocidade de sedimentação/diâmetro da partícula quando o regime da partícula é desconhecido

Há dois métodos:

- ❑ Processo iterativo
- ❑ Processo que recorre a funções adimensionais em relação à u_T e ao ϕ



2º método : **Método de Heywood** – utiliza grandezas independentes de u_T e de ϕ

- (i) Determinação de **velocidade de sedimentação** quando o regime da partícula é desconhecido

$$u_T = \sqrt{\frac{4g}{3C_v} \left(\frac{\rho_p}{\rho_w} - 1 \right) \phi_p} \Leftrightarrow C_v = \frac{4g(\rho_p - \rho_w)\phi_p}{3\rho_w u_T^2}$$

Multiplicamos C_v por \mathcal{R}_{ep}^2

$$\phi = \mathcal{R}_{ep}^2 \times C_v = \frac{4g(\rho_p - \rho_w)\rho_w \phi^3}{3\mu^2}$$

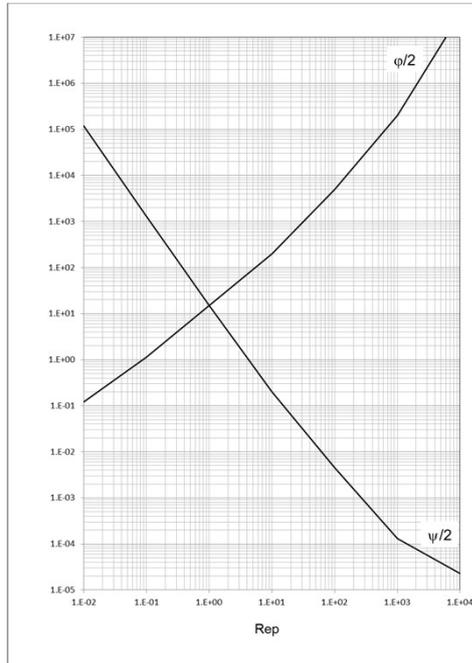
Heywood publicou resultados $\log(\phi/2)$ versus $\log(\mathcal{R}_{ep})$

- (ii) Determinação do **diâmetro da partícula** quando o regime da partícula é desconhecido

Dividir C_v por \mathcal{R}_{ep}

$$\psi = \frac{C_v}{\mathcal{R}_{ep}} = \frac{4g(\rho_p - \rho_w)\mu}{3\rho_w^2 u_T^3}$$

Heywood publicou resultados $\log(\psi/2)$ versus $\log(\mathcal{R}_{ep})$



Ábaco de Heywood

Resumo do método de Heywood para esferas

- Quando se desconhece v_T , calcula-se $\phi/2$

$$\phi = \frac{4 g (\rho_p - \rho_w) \rho_w \phi^3}{3 \mu^2}$$

- Quando se desconhece o ϕ , calcula-se $\psi/2$

$$\psi = \frac{4 g (\rho_p - \rho_w) \mu}{3 \rho_w^2 v_T^3}$$



Ábaco ou tabelas de Heywood

Conclusões:

O tempo de aceleração necessário para que se atinja a velocidade terminal é muito pequeno, pelo que é desprezável em termos práticos, *trabalhando-se apenas com velocidade constante = u_T* .

Nos problemas de separação sólido-líquido, a maior preocupação diz respeito às partículas de menor dimensão, que são as mais difíceis de separar. Isto significa que o Re_p é baixo, devido aos baixos valores da dimensão da partícula e das velocidades e, portanto, geralmente apenas a região de Stokes é considerada.

Existe, num entanto, um valor limite para o tamanho das partículas (geralmente 1-5 μm), *abaixo do qual a lei de Stokes não se aplica no estudo do processo de sedimentação*. Isto deve-se ao efeito do processo de difusão (processo Browniano), que origina tempos de sedimentação inferiores aos calculados pela lei de Stokes. A difusão origina velocidades de sedimentação inferiores aos preditos pela Lei de Stokes.